

חישוב תכונות אופטיות של מראה משתנה לגלים מ"מ מבוססת על מערכת רשתות

בדוח זה אני מטפלת בתכונות אופטיות (העברה והחזרה) של מראה משתנה לגלים מ"מ.

מערכת הרשתות כוללת שלוש רשתות מקבילות זו לזו כמתואר בציור 1. רשת ראשונה נמצאת ב- $Z=0$ והחוטים שלה מקבילים לציר Y . רשת שניה נמצאת במרחק Z_1 מהרשת הראשונה והחוטים שלה מיצרים זווית ϕ עם ציר Y . רשת שלישית נמצאת במרחק Z_2 מהרשת הראשונה ($Z_1 < Z_2$) והחוטים שלה מקבילים לחוטים של הרשת הראשונה.

ברשת הראשונה פוגע גל א"מ מישורי המתקדם לכיוון $Z+$. וקטור הפולריזציה של הגל מקביל לציר X . הגל עובר דרך רשת 1 פוגע ברשת 2. הקרינה שעוברת את הרשת הראשונה נשארת מקוטבת בכיוון X . ברשת שניה, בתלות בזווית ϕ , מועבר חלק מהגל (הרכיב המקוטב ניצב לחוטי הרשת) ומוחזר חלק אחר (הרכיב המקוטב במקביל לחוטי הרשת). הגל המועבר ממשיך ופוגע ברשת השלישית, ושוב הרכיב המקוטב בכיוון הקיטוב המקורי (X) עובר והשאר מוחזר. כל הגלים המוחזרים ומועברים בפנים המערכת עוברים החזרות חוזרות ונשנות. במצב עמיד יש אמפליטודה קבועה של העברה והחזרה של המערכת שהיא פונקציה של זווית ϕ (וכמובן המיקומים Z_1, Z_2).

החישובים שנעשו בדוח זה הם עבור מראה שמשתנה מראת צימוד למהד גלים מ"מ של ה-Tandem FEL. התדר המרכזי של ה-FEL הוא 100 GHz ואנו מעוניינים בפעולת המראה בתחום תדרי ההגבר 70 - 130 GHz.

הנוסחאות עבור מקדמי ההעברה וההחזרה של מערכת הרשתות פותחו בדוח פנימי ברוסית [1]. הפיתוח נעשה ע"י התאמת תנאי גבול בין גלים מישוריים פוגעים וחוזרים במישורים $Z=Z_1$ ו- $Z=Z_2$. תנאי הגבול תלויים בתכונות ההעברה וההחזרה של רשת בודדת. תכונות אלה נקבעות ע"י קוטר החוט ומחזוריות הרשת (אמפדנס ריאקטיבי) ועל ידי מוליכות החוט (הפסדים אומיים). בדוח זה ההנחה היא שההפסדים האומיים זניחים. כמו כן, פתרונות אנליטיים מפורשים נותנים רק עבור המקרה שבו צפיפות הרשת גבוהה (מחזור הרשת קצר בהרבה מאורך גל $\lambda \ll 1$ וקוטר החוט $a \ll 1$). במקרה זה רשת בודדת מעבירה 100% ומחזירה 0% בקיטוב ניצב לחוט וליהפך בקיטוב מקביל. קירוב זה מתקיים במידה רבה במקרה שלנו, ובעתיד נתחשב בהשפעת האימפדנס הסופי של הרשתות וההפסדים האומיים. כאמור בשלב זה אנו מניחים שאין הפסדים ברשתות, ולכן במסגרת מודל זה לא נמצא תכנון אופטימלי מבחינת הקטנת הפסדים. ניסינו למצוא אופטימום אחר - תלות מינימלית של מקדמי ההעברה וההחזרה בתדר. התוצאה היתה שהמרחקים האופטימליים הם $Z_1 = \lambda/8$, $Z_2 = \lambda/4$. ולכן רוב החישובים הם סביב ערכים אלה.

נוסחאות ההעברה וההחזרה

$$r_x = \frac{(1 - \exp(-2ikz_2)) \sin^2 \phi}{D \cos^2 \phi - \sin^2 \phi \exp(-2ikz_1)(1 - \exp(-2ikz_2))} \quad (1)$$

$$t_x = 1 + r_x \exp(-2ikz_1) \quad (2)$$

$$D = (1 - \exp(-2ikz_1))(\exp(-2ikz_1) - \exp(-2ikz_2)) \quad (3)$$

- r - מקדם החזרת אמפליטודה (שדה) של מראה .
- t - מקדם העברת אמפליטודה (שדה) של מראה .

$$|r_x|^2 = R$$

$$|t_x|^2 = T$$

- R - מקדם החזרת הספק של המראה .
- T - מקדם העברת הספק של המראה .
- מאחר שאין הפסדים, מתקיים הקשר $T+R=1$ (4) .

תכונות הרשתות

החומרים של הרשתות עשויים מ- Tungsten

c=7 μ m קוטר חוט
l=40 μ m מחזור רשת
קוטר רשת 20 mm

תיאור גרפים

באיור 2 אפשר לראות את מקדם ההחזרה של מערכת רשתות כתלות בזווית ϕ של הרשת האמצעית. נתונות שלוש עקומות עבור תדרים : 100 GHz , 70 GHz , 130 GHz .

מיקומי הרשתות : $Z_2 \lambda/4 = 0.75 \text{ mm}$, $Z_4 \lambda/8 = 0.375 \text{ mm}$ (תכנון אופטימלי עבור $\lambda=3\text{mm}$ שמתאים לתדר המרכזי $f=100 \text{ GHz}$). באיור 2 נתונה גם עקומה של דיספרסיה של מקדם ההחזרה כתלות בזווית ϕ . ΔR - פרמטר של הדיספרסיה - מחושב על ידי נוסחה
 $\Delta R = R(130 \text{ GHz}) - R(70 \text{ GHz})$.

באיור 3 נתונים שלושה עקומי ההעברה ועקומת הדיספרסיה של מקדם ההעברה ($\Delta R = \Delta T$) כתלות בזווית ϕ .
בחישובים השתמשתי באותם פרמטרים שבאיור 2 .
רואים שמתקיים הקשר (4) .

איור 4. תלות של העברת מערכת הרשתות בזווית ϕ עבור מקרה של מיקום לא סימטרי של הרשתות ביחס לרשת האמצעית. מיקום הרשת האמצעית נשאר קבוע $Z_4 \lambda/8$. נתונות חמש עקומות של העברה, כל אחת עבור Z_2 (מרחק בין רשת ראשונה לבין רשת שלישית) שונה .
 Z_2 משתנה בתחום : $-4d, -2d, 2d, 4d$. $d=0.05\text{mm}$. (כלומר עד $\pm 0.2 \text{ mm}$) .
המסקנה מגרף זה היא שהמראה תעבוד בצורה סבירה גם אם יש סטייה במיקום הרשת השלישית, כלומר ההעברה (ובהתאם ההחזרה) ניתנת לשינוי בין 0 לבין 1 בצורה רציפה . באופן כללי ניתן לציין, שאם במקרה הנומינלי $(Z_4 \lambda/8, Z_2 \lambda/4)$ העקומים (באיורים 3, 2) הם אנטי סימטריים עבור התדר המרכזי 100 GHz (לדוגמה $T = R = 50\%$ עבור $\phi = 45^\circ$), כאשר יש סטייה של מיקום הרשת השלישית, העקומים מאבדים את הסימטריה שלהם : הרוחקת הרשת השלישית מגדילה את T, וקירובה מקטינה את T .

באיור 5 בחנתי את השפעת שינוי Z_2 בלבד על עקומי דיספרסיה. הדיספרסיה קטנה ככל שהרשת השלישית קרובה יותר לאמצעית.

באיור 6 בחנתי את השפעת שינוי Z_1 (מרחק בין הרשת ראשונה לבין הרשת שניה) כאשר Z_2 נשאר קבוע. הגרפים מראים את השינוי של עקומות ההעברה כאשר Z_1 משתנה בתחום $4d, -2d, -4d$ ו- $Z_2 = \lambda/4$. אפשר לראות שהעקומה המתקבלת כאשר Z_1 משתנה ב- $-2d$ מתלכדת עם עקומה המתקבלת כאשר Z_1 משתנה ב- $+2d$. גם עקומה המתקבלת כאשר Z_1 משתנה ב- $-4d$ מתלכדת עם עקומה המתקבלת כאשר Z_1 משתנה ב- $+4d$. המסקנה היא שהמבנה הוא סימטרי להיפוך. כאשר הרשת המרכזית לא נמצאת באמצע המרחק בין שתי הרשתות החיצוניות הטונסמיסיה יורדת ולא חשוב מאיזה צד ההארה.

באיור 7 בחנתי את השפעת שינוי Z_1 בלבד ($Z_2 = \lambda/4$ קבוע) על עקומי הדיספרסיה. גם רואים התלכדות בין העקומות.

באיור 8 בחנתי את השפעת שינויים במרחק בין הרשת הראשונה והאמצעית ביחס למיקום הנומינלי. עשיתי זאת על ידי ששיניתי בו-זמנית באותה מידה את Z_1 ו- Z_2 . תחום השינוי: $4d, -2d, -4d$. (המרחק בין הרשת הראשונה לבין הרשת השנייה נשאר ללא שינוי). גרף 8 זהה לגרף 4. דבר המאשר את המסקנה הקודמת שהמערכת סימטרית להיפוך, ולא משנה מאיזה צד ההארה.

באיור 9 אפשר לראות את השפעת השינויים במיקום הרשתות שמתוארים בהסבר של גרף 8 על עקומי הדיספרסיה. גרף 9 זהה לגרף 5.

חישוב עליית טמפרטורה של רשת.

לחישוב השתמשתי במודל הבא: רשת מרובעת (איור 10). נפח של כל חוט ברשת

$$V_0 = \pi R^2 d$$

R רדיוס של חוט, d אורך של חוט.

מספר חוטים ברשת $N = d/L$

d רוחב של רשת, L מחזור של רשת. נפח של כל החוטים ברשת

$$V = V_0 N$$

משקל של רשת (ללא מסגרת) $m = \rho V$

ρ – צפיפות של Tungsten.

מכאן חישוב נעשה כאילו הרשת היא מרובע מלא חומר, ללא חורים, עם שטח אפקטיבי השווה לשטח הפנים של כל החוטים ברבוע ($2\pi R d$). זה נכון בהנחה שה- $skin\ depth$ צר מאוד בהשוואה לקוטר החוט. האנרגיה שהופכת לחום ברשת:

$$E = \Delta T m c$$

c – קיבול חום סגולי. חישוב נעשה עבור הספק סיגנל 50kWatt ומשך פולס

$$\Delta t = 10\text{ sec}$$

אפשר לכתוב את האנרגיה הנבלעת על ידי הרשת:

$$E = S \cdot \Delta t \cdot \alpha \cdot N \cdot (2 \cdot \pi \cdot R \cdot d) = P_{in} \cdot \alpha \cdot \Delta t \cdot \frac{2\pi R}{L}$$

כאשר

$$S = \frac{P_{in}}{d^2}$$

S - צפיפות הספק באזור הרשתות.

S α - בליעה ליחידת שטח.

2 $\pi R d$ - שטח גליל פרוס.

P - הספק סיגנל הפוגע בריבוע $d \times d$, t - משך פולס, α - הפסדים.

$$\alpha = 1 - |\Gamma|^2$$

$$\Gamma = \frac{W - W_0}{W + W_0} \approx - \left[1 - 2 \frac{W}{W_0} \right]$$

$$\alpha \approx 4 \operatorname{Re}(W) / W_0$$

כאשר Γ מקדם ההחזרה הקומפלקסי במשטח הגבול בין המרחב החופשי למתכת.
W=377 Ω - אימפדנס הוואקום.

W - אימפדנס חוטים של רשת, מחושב על ידי נוסחה של Leontovich [2]:

$$W = (1-i)(\omega \cdot \mu / 2 \cdot \sigma)^{1/2}$$

$$\omega = \frac{2\pi f}{c}$$

f - תדר קרינה שלקחתי שווה ל- 100 GHz.

מכיוון שיחס בין רדיוס של חוט לעובי של שכבת Δ - skin גדול מאוד: $r/\Delta \gg 1$

$$\sigma = \frac{1}{\rho_e}$$

$$\Delta = \left(\frac{2}{\omega \cdot \mu \cdot \sigma} \right)^{1/2} = \left(\frac{c}{\pi \cdot f \cdot \mu \cdot \sigma} \right)^{1/2}$$

ρ_e - התנגדות, שתלויה בטמפרטורה. לכן עשיתי שני חישובים, אחד עבור $T=627^\circ\text{C}$ ושני עבור $T=25^\circ\text{C}$. נחשב את עליות הטמפרטורה בזמן Δt עבור שני המקרים לפי הנוסחה:

$$\Delta T = P_{in} \cdot \alpha \cdot \Delta t \cdot \frac{2\pi R}{L} \cdot \frac{1}{m \cdot c}$$

$\mu = 12.56 \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}$ - permeability

$\rho = 19.3 \cdot 10^3 \text{ kg} / \text{m}^3$ - density

$c = 0.132 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$ thermal capacity

4

$$R(T = 25^{\circ}C) = 5.39 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$$

$$\Delta = 0.64 \cdot 10^{-10} m$$

$$r / \Delta = 5.46 \cdot 10^4$$

$$W = (1 - i) \cdot 2.66 \cdot 10^{-6} \Omega$$

$$\alpha \approx 0.28 \cdot 10^{-7}$$

$$\Delta T(\Delta t = 10 \text{ sec}) = 0.157^{\circ}C$$

$$\Delta T(\Delta t = 1 \text{ sec}) = 0.0157^{\circ}C$$

$$R(T = 627^{\circ}C) = 21.5 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$$

$$\Delta = 1.2 \cdot 10^{-10} m$$

$$r / \Delta = 2.91 \cdot 10^4$$

$$W = (1 - i) \cdot 5.3 \cdot 10^{-6} \Omega$$

$$\alpha = 0.56 \cdot 10^{-7}$$

$$\Delta T(\Delta t = 10 \text{ sec}) = 0.314^{\circ}C$$

$$\Delta T(\Delta t = 1 \text{ sec}) = 0.0314^{\circ}C$$

לפי תוצאות שקיבלתי, עליית טמפרטורה של רשת אחת כתוצאה מהקרנתה על ידי גל שתדר שלה 100 GHz, הספק 50 kWatt ומשך פולס 10 sec קטנה מאוד.

References :

1. Yosef Yokover notes
2. Vainstein, Electromagnetic waves, Moscow, 1989.

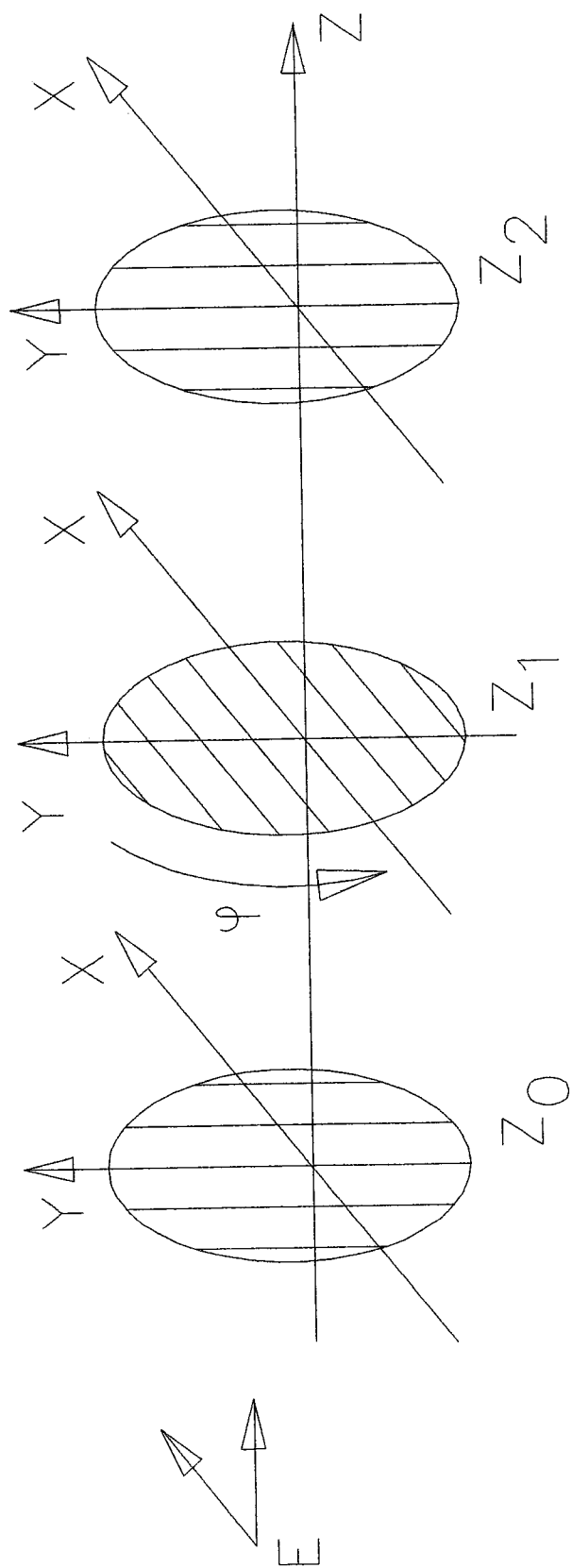
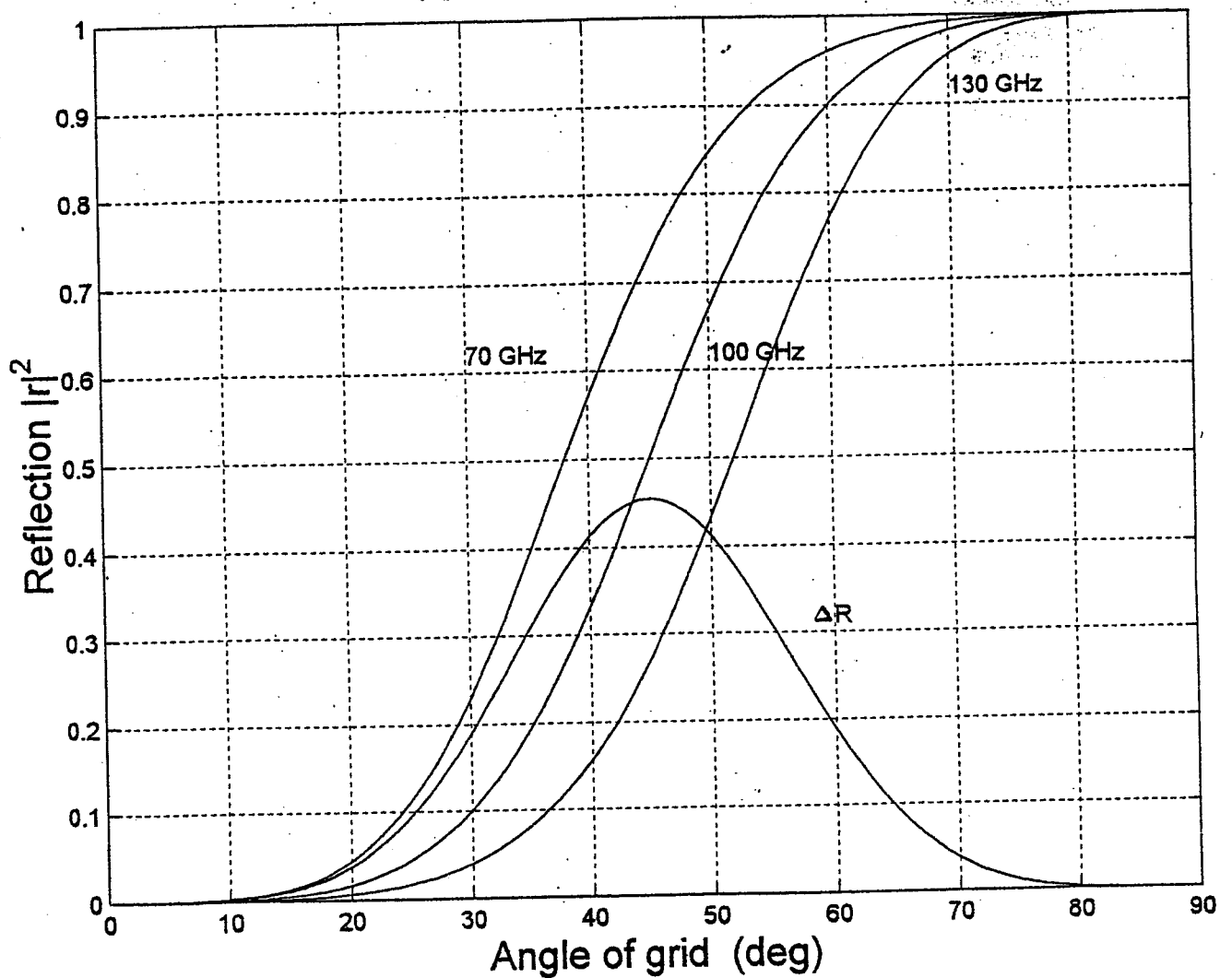


Figure 1. GRID SYSTEM

REFLECTION OF GRIDS



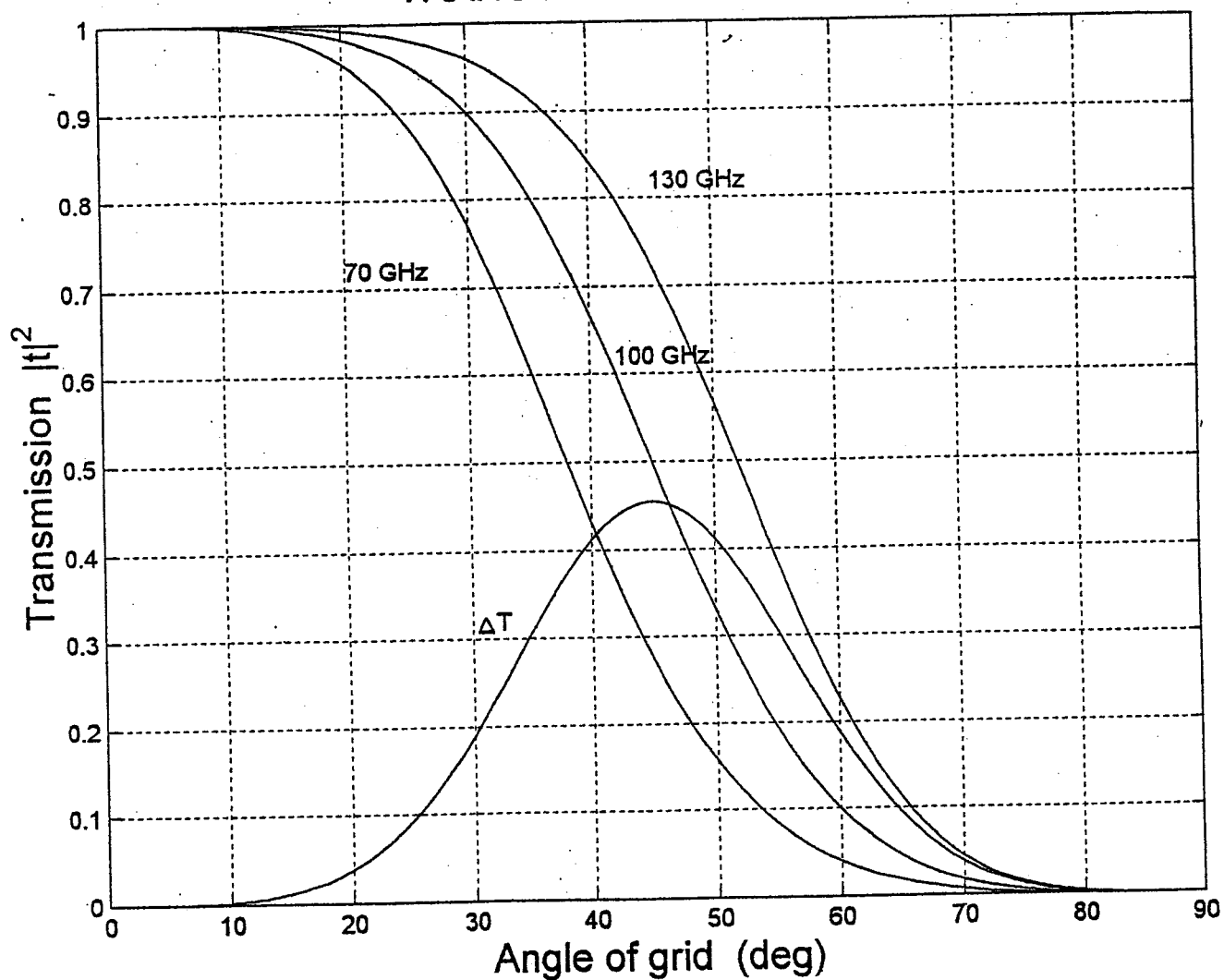
Graph 2

Reflection of grids system for grid locations: $z_1 = \lambda/8$, $z_2 = \lambda/4$.

$\lambda = 3$ mm, $(f=100$ GHz), $z_1=0.375$ mm, $z_2=0.75$ mm.

$\Delta R = R(130$ GHz) - $R(70$ GHz) is the reflectivity dispersion parameter.

TRANSMISSION OF GRIDS

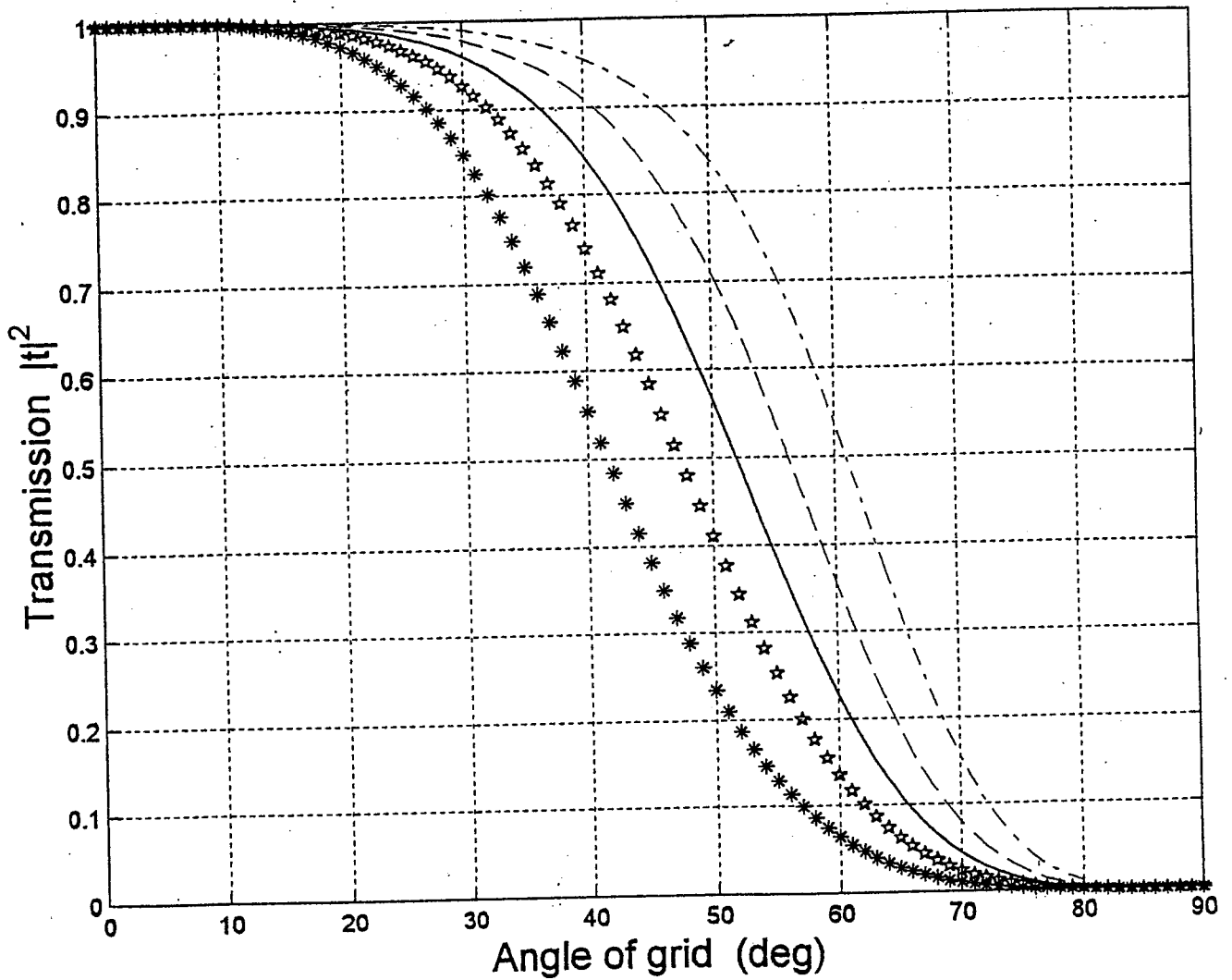


Graph 3

Transmission of grids system for grid locations : $z_1 = \lambda/8$, $z_2 = \lambda/4$.

$\lambda = 3$ mm, ($f = 100$ GHz), $z_1 = 0.375$ mm, $z_2 = 0.75$ mm. $\Delta T = T(130 \text{ GHz}) - T(70 \text{ GHz})$ is transmissivity dispersion parameter.

TRANSMISSION OF GRIDS



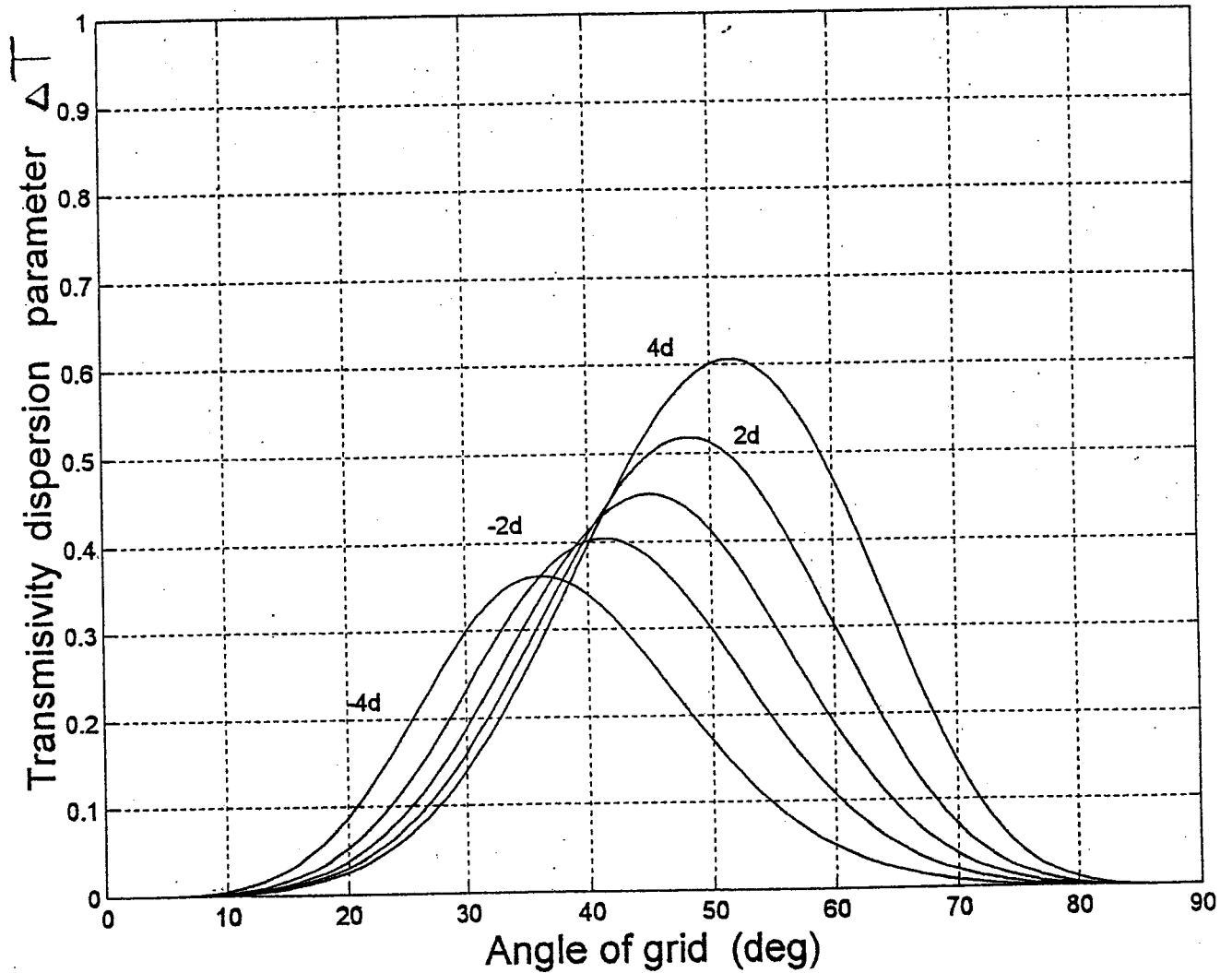
Graph 4

Transmission of grids system for grid locations : $z_1 = \lambda/8$.

- $z_2 = \lambda/4$ (- solid line),
- $z_2 = \lambda/4 + 2d$ (--- dashed),
- $z_2 = \lambda/4 + 4d$ (-.- dashdot),
- $z_2 = \lambda/4 - 2d$ (* star)
- $z_2 = \lambda/4 - 4d$ (pentagram).

$\lambda = 3$ mm, $f = 130$ GHz
 $d = 0.05$ mm

TRANSMISIVITY DISPERSION PARAMETER OF GRIDS

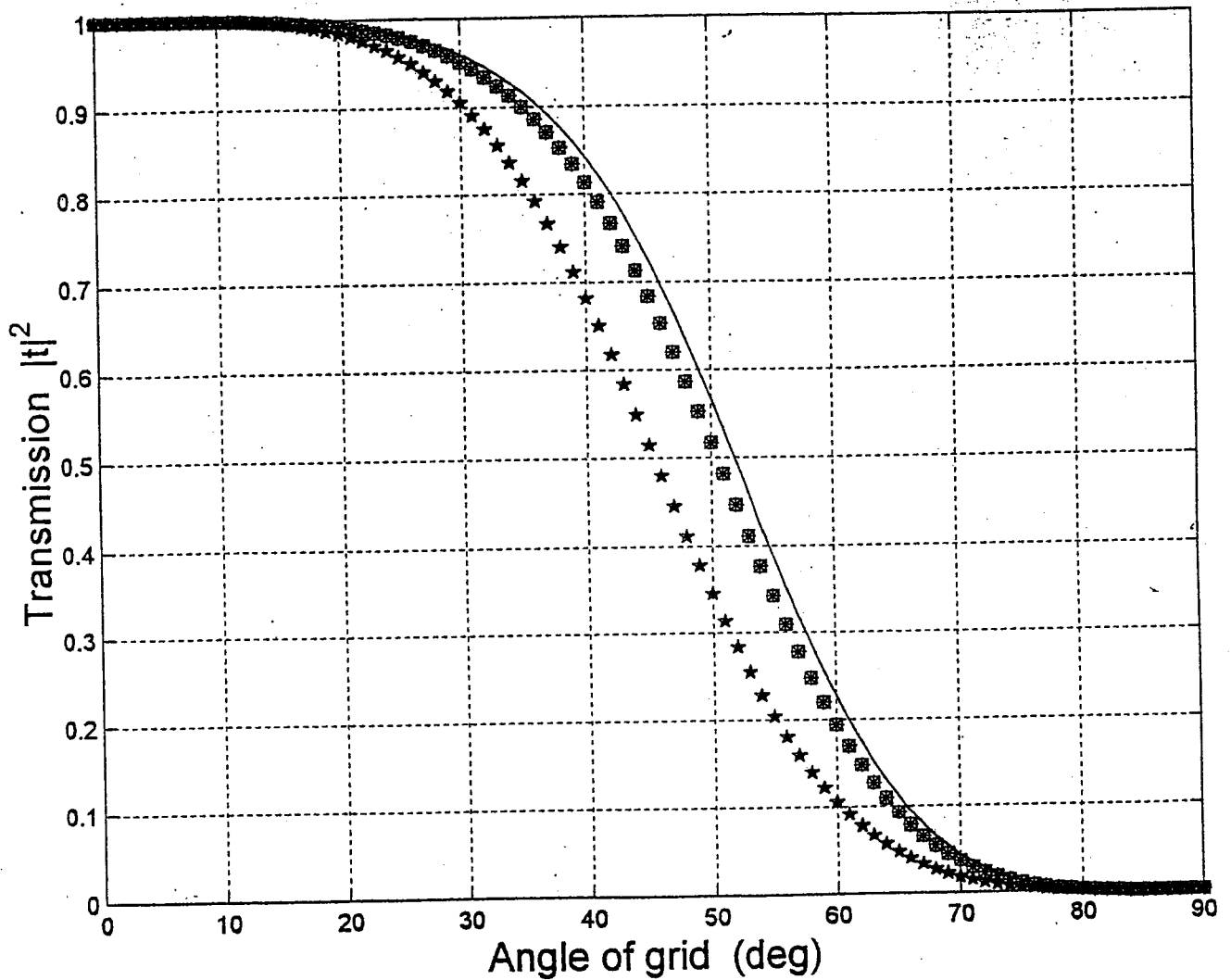


Graph 5

Transmissivity dispersion parameter
 $\Delta T = T(130 \text{ GHz}) - T(70 \text{ GHz})$
 for grid locations : $z_1 = \lambda/8$
 $z_2 = \lambda/4$,
 $z_2 = \lambda/4 + 2d$,
 $z_2 = \lambda/4 + 4d$,
 $z_2 = \lambda/4 - 2d$,
 $z_2 = \lambda/4 - 4d$.

$d = 0.05 \text{ mm}$, $\lambda = 3 \text{ mm}$

TRANSMISSION OF GRIDS



Graph 6

Transmission of grids systems for grid locations $z_2 = \lambda/4$:

$z_1 = \lambda/8$ (- solid line),

$z_1 = \lambda/8 + 2d$ (square),

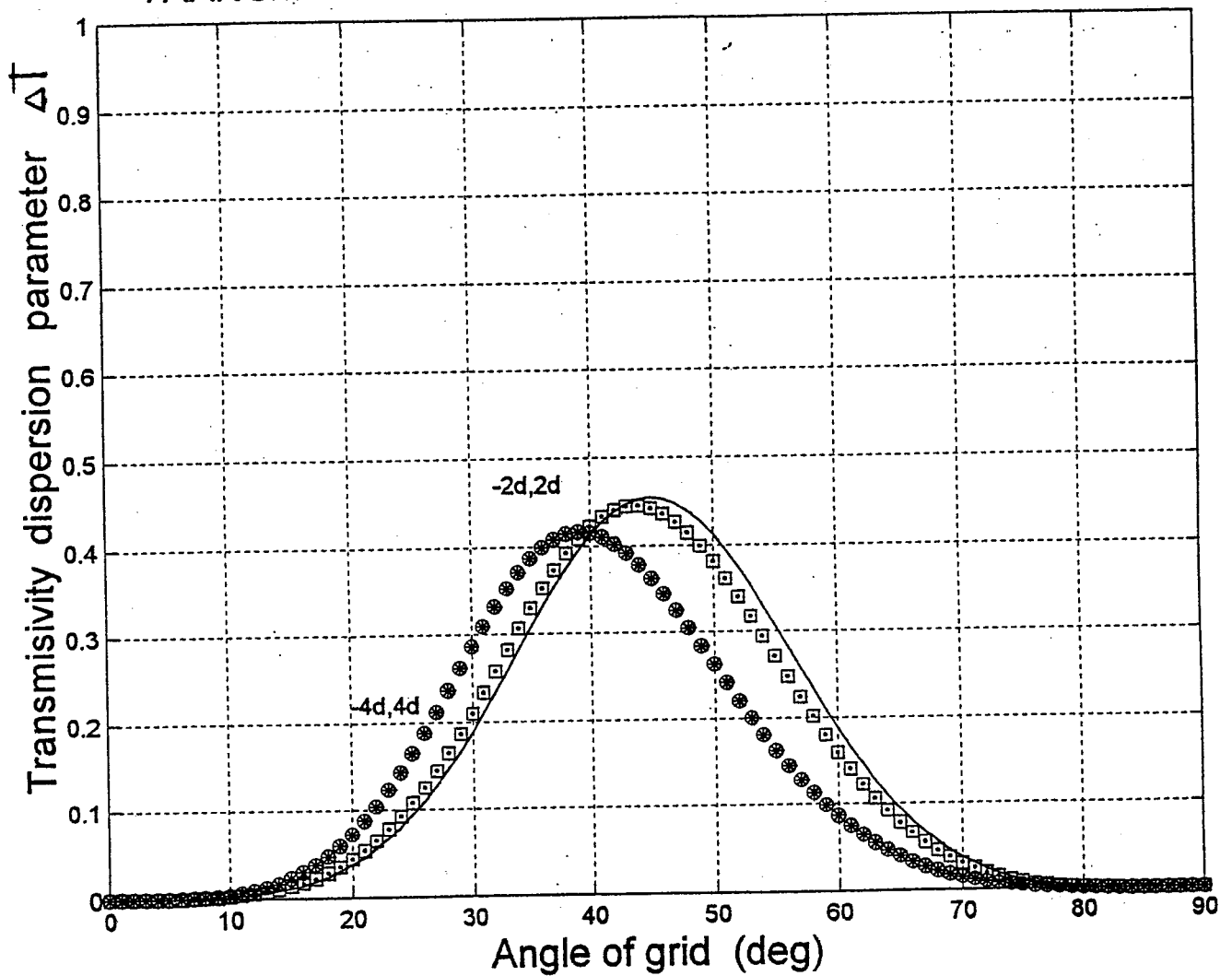
$z_1 = \lambda/8 + 4d$ (.. points),

$z_1 = \lambda/8 - 2d$ (* star),

$z_1 = \lambda/8 - 4d$ (pentagram).

$\lambda = 3 \text{ mm}$, $d = 0.05 \text{ mm}$

TRANSMISIVITY DISPERSION PARAMETER OF GRIDS



Graph 7

Transmissivity dispersion parameter $\Delta T = T(130 \text{ GHz}) - T(70 \text{ GHz})$ for grid locations $z_2 = \lambda/4$

$z_1 = \lambda/8$ (solid line),

$z_1 = \lambda/8 + 2d$ (... points),

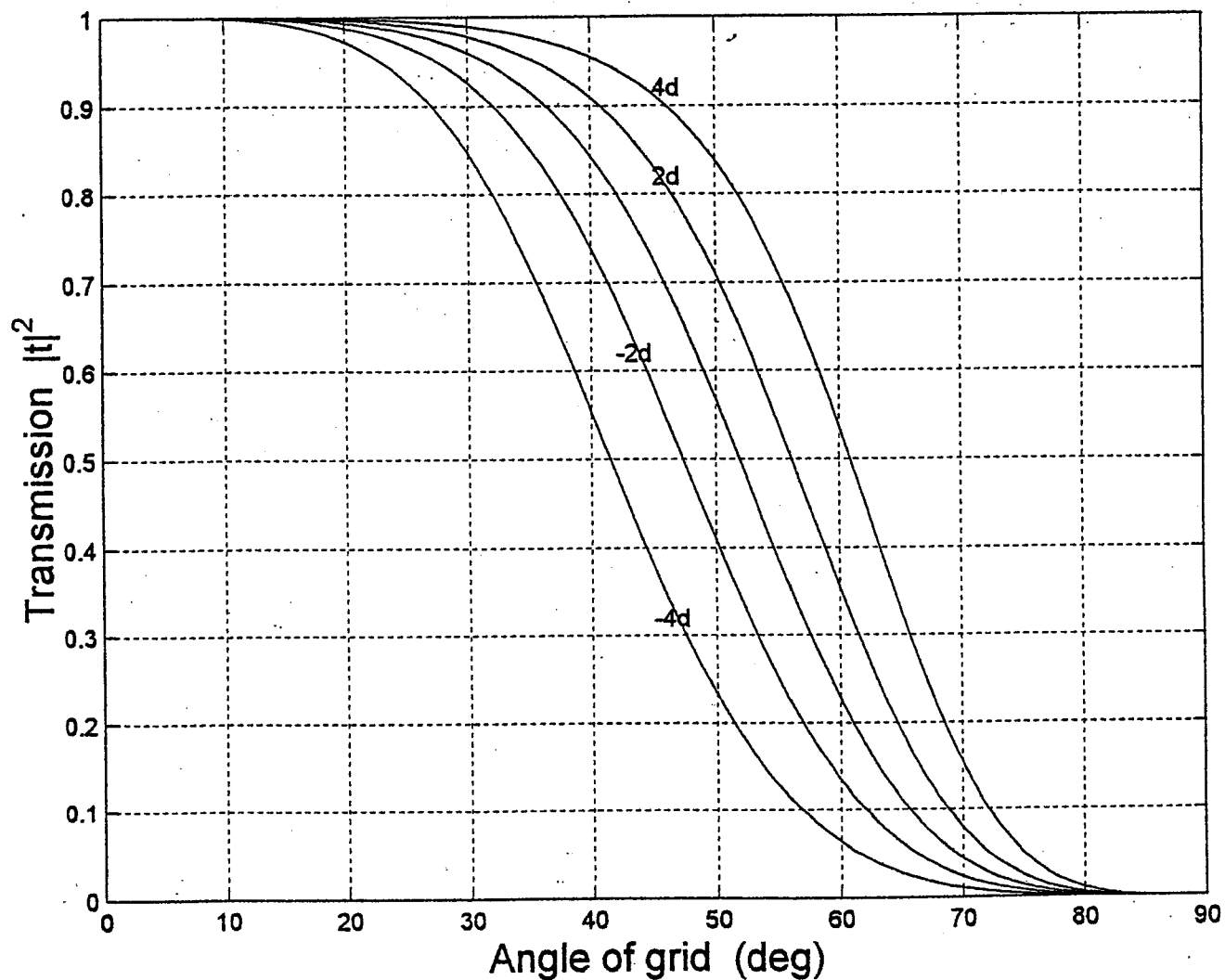
$z_1 = \lambda/8 + 4d$ (* star),

$z_1 = \lambda/8 - 2d$ (square),

$z_1 = \lambda/8 - 4d$ (circle).

$\lambda = 3 \text{ mm}$, $d = 0.05 \text{ mm}$.

TRANSMISSION OF GRIDS



Graph 8

Transmission of grids system for grid locations :

$z_1 = \lambda/8$, $z_2 = \lambda/4$ (- solid line) ,

$z_1 = \lambda/8 + 2d$, $z_2 = \lambda/8 + 2d$ (.. points) ,

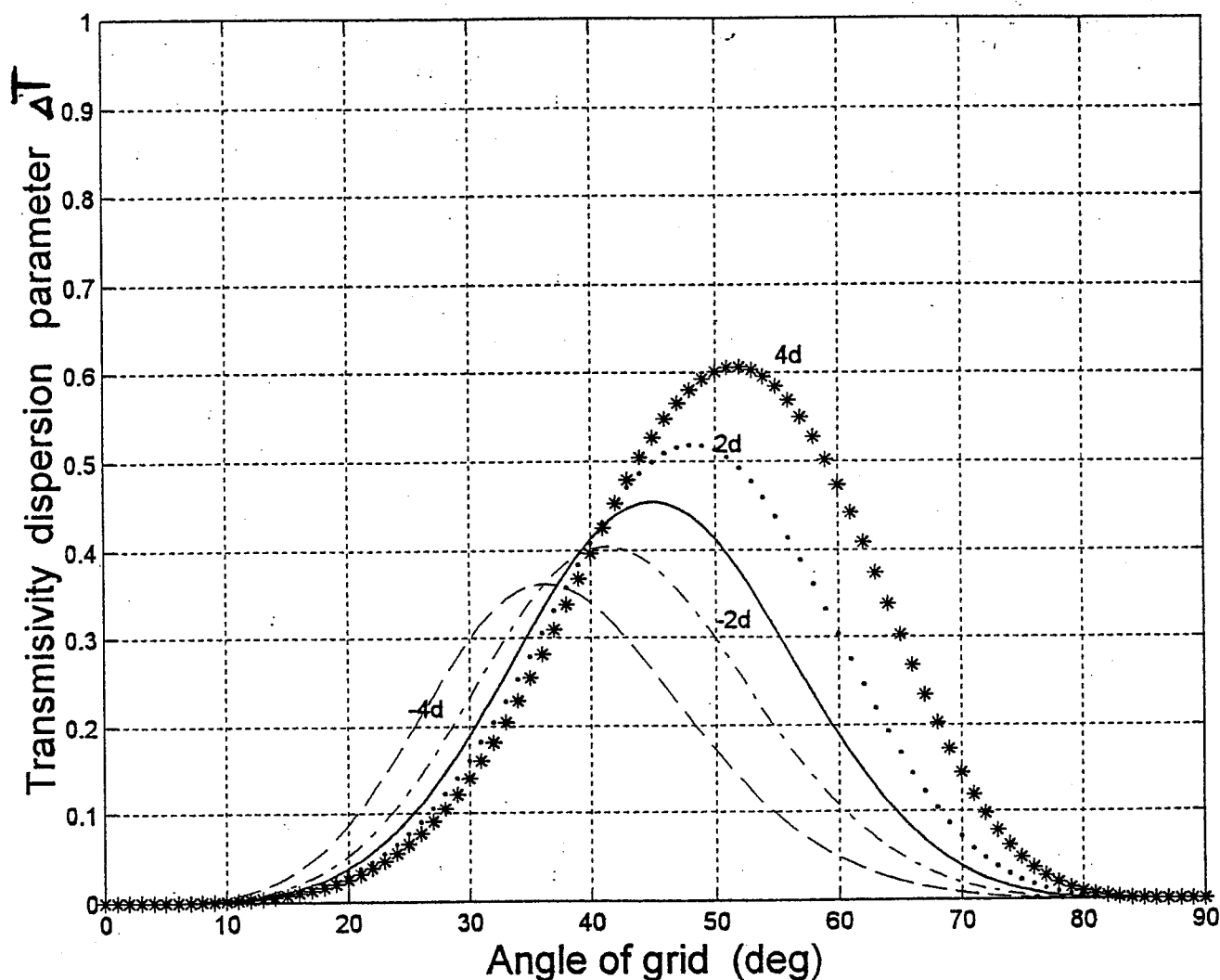
$z_1 = \lambda/8 + 4d$, $z_2 = \lambda/8 + 4d$ (* star) ,

$z_1 = \lambda/8 - 2d$, $z_2 = \lambda/8 - 2d$ (square) ,

$z_1 = \lambda/8 - 4d$, $z_2 = \lambda/8 - 4d$ (circle) .

$\lambda = 3 \text{ mm}$, $d = 0.05 \text{ mm}$.

TRANSMISIVITY DISPERSION PARAMETER OF GRIDS



Graph 9

Transmissivity dispersion parameter

$\Delta T = T(130 \text{ GHz}) - T(70 \text{ GHz})$ for grid locations:

$z_1 = \lambda/8$, $z_2 = \lambda/4$ (- solid line),

$z_1 = \lambda/8 + 2d$, $z_2 = \lambda/8 + 2d$ (.. points),

$z_1 = \lambda/8 + 4d$, $z_2 = \lambda/8 + 4d$ (* star),

$z_1 = \lambda/8 - 2d$, $z_2 = \lambda/8 - 2d$ (square),

$z_1 = \lambda/8 - 4d$, $z_2 = \lambda/8 - 4d$ (circle).

$\lambda = 3 \text{ mm}$, $d = 0.05 \text{ mm}$.

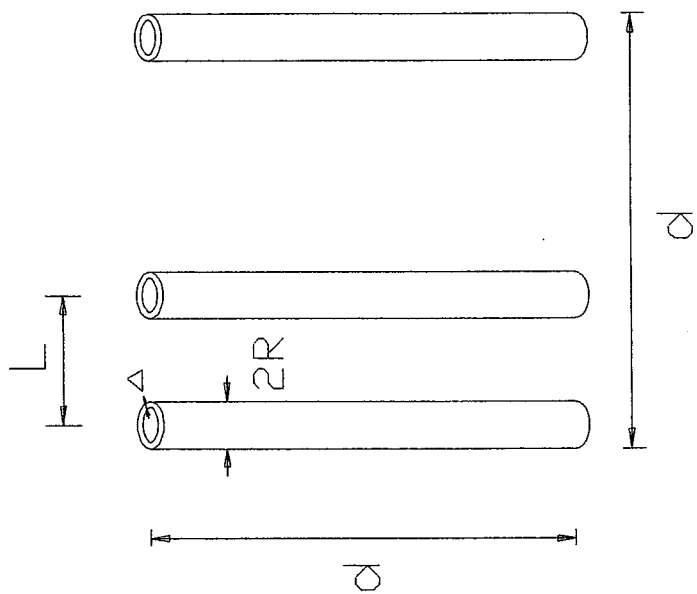


Figure 10. GRID